Gini.Beblow.com
 Βασική αρχή μέτρησης ενός πειράματος που αποτελείται από n διαδοχικές φάσεις και τα δυνατά αποτελέσματα της i φάσης είναι k_i, ονομάζεται το πλήθος των δυνατών αποτελεσμάτων του πειράματος και υπολογίζονται από τον τύπο:

$$\prod_{i=1}^{n} k_i$$

Διατάξεις $P_{n;k}$ τάξης k των n στοιχείων, ορίζεται ως το πλήθος των δυνατών διατάξεων μεγέθους k που μπορούν να δημιουργηθούν από n στοιχεία και υπολογίζονται από τον τύπο:

$$P_{n;k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Συνδυασμοί $\binom{n}{k}$ τάξης k των n στοιχείων, ορίζεται ως το πλήθος των δυνατών συνδυασμών μεγέθους k που μπορούν να δημιουργηθούν από n στοιχεία και υπολογίζονται από τον τύπο:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Πολυωνυμικό θεώρημα

$$\left(\sum_{i=0}^{m} x_i\right)^n = \sum_{\sum_{i=0}^{m} k_i = n; k_0, ..., k_m \in \mathbb{N}} \binom{n}{k_0, ..., k_m} \prod_{i=0}^{m} x_i^{k_i}$$

, όπου $m, n \in \mathbb{N} \land x_0, ..., x_m \in \mathbb{R} \land \binom{n}{k_0, ..., k_m} = \frac{n!}{k_0! ... k_m!}$.

Δυναμοσύνολο $\mathcal{P}(A)$ ενός συνόλου A, ονομάζεται το σύνολο που περιέχει κάθε υποσύνολο του συνόλου A.

Πεπερασμένος δειγματικός χώρος S_n ενός πειράματος, ονομάζεται το πεπερασμένο μη κενό σύνολο που περιέχει κάθε δυνατό αποτέλεσμα του πειράματος.

Ενδεχόμενο A ενός δειγματικού χώρου S, ονομάζεται το σύνολο A για το οποίο ισχύει $A \subseteq S$.

Πιθανότητα $\mathbb{P}$ σε πεπερασμένο δειγματικό χώρο $S_n = \{s_1, ..., s_n\}$, ορίζεται η συνάρτηση $\mathbb{P} : \mathcal{P}(S_n) \rightarrow [0,1]$ με $\mathbb{P}(S_n) = 1$.

Για κάθε ενδεχόμενο A ισχύει:

$$\mathbb{P}(A) = \sum_{s_i \in A} p_i$$

, όπου $p_i = \mathbb{P}(\{s_i\})$.
Για κάθε ξένα ενδεχόμενα A_1 και A_2 ισχύει $\mathbb{P}(A_1 \cup A_2) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2)$.

Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A_1 και A_2 ισχύει

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1 \cap A_2)$$

Γενικά, για n ενδεχόμενα ισχύει,

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{k=1}^{n}\left((-1)^{k-1} \sum_{\substack{I \subseteq \{1,\ldots,n\} \\ |I|=k}} \mathbb{P}\left(\cap_{i\in I} A_i\right)\right)$$

Ανεξάρτητα ενδεχόμενα $A_1, A_2, \ldots, A_n$, ονομάζονται τα ενδεχόμενα τα οποία για κάθε σύνολο $I \subseteq \{1, ...n\}$ ισχύει ότι:

$$\mathbb{P}\left(\cap_{i\in I} A_i\right) = \prod_{i\in I} \mathbb{P}(A_i)$$

.

Υπό συνθήκη πιθανότητα των ενδεχομένων A και B, ονομάζεται η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο A δεδομένου ότι πραγματοποιήθηκε το μη κενό ενδεχόμενο B και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(AB)}{\mathbb{P}(B)}$$

Θεώρημα *Bayes*

Έστω, ξένα ενδεχόμενα ανά δύο $A_1, A_2, \ldots, A_n$ τέτοια, ώστε $S = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$, τότε $\forall i \in \{1, ..., n\}$ ισχύει ότι:

$$\mathbb{P}(A_i|B) = \frac{\mathbb{P}(B|A_i)\mathbb{P}(A_i)}{\sum_{j=1}^{n} \mathbb{P}(B|A_j)\mathbb{P}(A_j)}$$

Τυχαία μεταβλητή X ονομάζεται η συνάρτηση $X : S \to \mathbb{R}$ και αν το σύνολο τιμών είναι αριθμήσιμο, τότε είναι διακριτή, αλλιώς είναι συνεχής.

Έστω, $x \in \mathbb{R}$ και R αναπαράσταση κάποιας σχέσης, συμβολίζουμε με
$$XRx \text{ το σύνολο } \{s \in S | X(s)Rx\}$$
.

Συνάρτηση μάζας πιθανότητας $p_X : \mathbb{R} \to [0,1]$ διακριτής τυχαίας μεταβλητής X ορίζεται ως
$$p_X(x) = \mathbb{P}(X = x)$$
, όπου $\displaystyle\sum_{x \in X(S)} p_X(x) = 1 \wedge \forall x \in \mathbb{R}\ p_X(x) \geq 0$.

Αθροιστική Συνάρτηση Κατανομής $F_X : \mathbb{R} \to [0,1]$ διακριτής τυχαίας μεταβλητής X ορίζεται ως
$$F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x) = \sum_{y \leq x; y \in X(S)} p_X(y)$$
Ιδιότητα $\mathbb{P}(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$ με $a, b \in \mathbb{Z}$.

Αναμενόμενη τιμή μ διακριτής ολοκληρώσιμης τυχαίας μεταβλητής X ορίζεται ως
$$\mu = E[X] = \sum_{x \in X(S)} x p_X(x)$$
, όπου $\displaystyle\sum_{x \in X(S)} |x| p_X(x) \in [0, +\infty)$

Ιδιότητες:$\displaystyle E[h(X)] = \sum_{x \in X(S)} h(x) p_X(x)$

$E[aX + b] = aE[X] + b$, όπου $a, b \in \mathbb{R}$

$E[X + Y] = E[X] + E[Y]$

$E[XY] = E[X]E[Y]$, μόνο αν είναι ανεξάρτητες

Διακύμανση σ^2 τυχαίας μεταβλητής X, ορίζεται ως
$$\sigma^2 = Var(X) = E[(X - \mu)^2] = E[X^2] - E^2[X]$$
Τυπική απόκλιση $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Ιδιότητα

$Var(aX + b) = a^2 Var(X)$, όπου $a, b \in \mathbb{R}$

Η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί διωνυμική κατανομή $X \sim Bin(n,p)$, όταν

$$S = \left\{ \underbrace{\left(\underbrace{A, A, ..., A}_{n} \right), \left(\underbrace{A, A, ..., E}_{n} \right), ..., \left(\underbrace{E, E, ..., E}_{n} \right)}_{2^n} \right\}$$

και

$$X(s) = \begin{cases} 0, & \text{αν } s = s_1 \\ c \in \{1, ..., n\}, & \text{αν } s = s_{i+1} \text{ όπου } i \in \left\{ k | J \subseteq \{0, ..., n-1\} \wedge |J| = c \wedge k = \sum\limits_{j \in J} 2^j \right\} \end{cases}$$

Δηλαδή, c είναι το πλήθος των επιτυχιών και s_{i+1} τα αντίστοιχα στοιχεία που έχουν c επιτυχίες.

Οπότε, ισχύουν τα παρακάτω:

$$X(S) = \{0, 1, ..., n\}$$

$$p_X(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, & \text{αν } x \in \{0, 1, ..., n\} \\ 0, & \text{αν } x \in \mathbb{R} - \{0, 1, ..., n\} \end{cases}$$

$$E[X] = np$$

$$Var(X) = np(1-p)$$